**Санкт-Петербургский государственный университет**

**Р А Б О Ч А Я П Р О Г Р А М М А**

**УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Приближенные алгоритмы (осн курс) тр 5, 7 сем  
  
Approximation Algorithms

**Язык(и) обучения**

русский

Трудоемкость в зачетных единицах: 3

Регистрационный номер рабочей программы: 053618

**Раздел 1. Характеристики учебных занятий**

**1.1. Цели и задачи учебных занятий**

Сообщение сведений о приближенных алгоритмах для общего развития и изучения смежных дисциплин физико-математического цикла. Усвоение основных идей, понятий и фактов теории приближенных алгоритмов.

**1.2. Требования подготовленности обучающегося к освоению содержания учебных занятий (пререквизиты)**

Владение курсом «Теоретическая информатика».

**1.3. Перечень результатов обучения (learning outcomes)**

Обучающийся должен овладеть теоретическим материалом в объеме, предусмотренном программой, уметь применять полученные знания при решении теоретических и прикладных задач, на основе анализа освоенных разделов: жадные алгоритмы, детерминированное и вероятностное округление; прямо-двойственный метод, разрезы и метрики; сложность приближения.

**1.4. Перечень и объём активных и интерактивных форм учебных занятий**

Промежуточная аттестация (экзамен) 4 часа.

**Раздел 2. Организация, структура и содержание учебных занятий**

**2.1. Организация учебных занятий**

**2.1.1 Основной курс**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Трудоёмкость, объёмы учебной работы и наполняемость групп обучающихся | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Код модуля в составе дис-циплины,  практики и т.п. | Контактная работа обучающихся с преподавателем | | | | | | | | | | | | Самостоятельная работа | | | | Объём активных и интерактивных  форм учебных занятий | Трудоёмкость |
| лекции | семинары | консультации | практические  занятия | лабораторные работы | контрольные работы | коллоквиумы | текущий контроль | промежуточная  аттестация | итоговая аттестация | под руководством преподавателя | в присутствии  преподавателя | сам. раб. с использованием  методических материалов | текущий контроль (сам.раб.) | промежуточная аттестация (сам.раб.) | итоговая аттестация  (сам.раб.) |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| очная форма обучения | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| Семестр  5, 7 | 32 |  | 2 |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 44 |  | 28 |  | 4 | 3 |
|  | 2-50 |  | 2-50 |  |  |  |  |  | 2-50 |  |  |  | 1-1 |  | 1-1 |  |  |  |
| ИТОГО | 32 |  | 2 |  |  |  |  |  | 2 |  |  |  | 44 |  | 28 |  | 4 | 3 |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Виды, формы и сроки текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации | | | | | | |
| Код модуля в составе дисциплины, практики и т.п. | Формы текущего контроля успеваемости | | Виды промежуточной аттестации | | Виды итоговой аттестации  (только для программ итоговой аттестации и дополнительных образовательных программ) | |
| Формы | Сроки | Виды | Сроки | Виды | Сроки |
| ОСНОВНАЯ ТРАЕКТОРИЯ | | | | | | |
| очная форма обучения | | | | | | |
| Семестр 5, 7 |  |  | экзамен, устно, традиционная форма | по графику промежуточной аттестации |  |  |

**2.2. Структура и содержание учебных занятий**

Период обучения (модуль): **Семестр 5, 7**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| № п/п | Наименование темы (раздела, части) | Вид учебных занятий | Количество часов |
| 1 | Жадные алгоритмы. Детерминированное и вероятностное округление | Лекции | 16 |
| практические занятия |  |
| в присутствии преподавателя |  |
| по методическим материалам | 22 |
| 2 | Прямо-двойственный метод. Разрезы и метрики | Лекции | 10 |
| практические занятия |  |
| в присутствии преподавателя |  |
| по методическим материалам | 14 |
| 3 | Сложность приближения | Лекции | 6 |
| практические занятия |  |
| в присутствии преподавателя |  |
| по методическим материалам | 8 |
| 4 | Экзамен | промежуточная аттестация (ауд) | 28 |
| промежуточная аттестация (с.р.) | 2 |

**Раздел 1: Жадные алгоритмы. Детерминированное и вероятностное округление**

1. $\alpha$-приближение. PTAS, MAX-SNP. Линейное программирование для задачи о покрытии множествами. Детерминированное округление, округление двойственного решения, прямо-двойственный метод. Жадный алгоритм. Вероятностное округление.
2. Жадные алгоритма. Задача о расписании срочных работ на одной машине. Расписание работ на параллельных идентичных машинах. Задача о комивояжере.
3. Жадные алгоритмы и локальный поиск. Максимизация потока в банковских счетах. Поиск покрывающего дерева с минимальной максимальной степенью. Раскраска ребер.
4. Округление и динамическое программирование. FPTAS, APTAS. FPTAS для задачи о рюкзаке. PTAS для задачи о расписании на параллельных идентичных машинах. APTAS для задачи об упаковке контейнеров.
5. Детерминированное округление. Минимизация сумм времен выполнения работ на одной машине. Взвешенный вариант предыдущей задачи. Решение экспоненциальных программ через метод эллипсоидов.
6. Детерминированное округление. Дерево Штайнера с пенальти за упущенные терминалы. Задача о размещении мощностей (uncapacitated facility location problem). Задача об упаковке контейнеров.
7. Вероятностная выборка и вероятностное округление. MAX SAT и MAX CUT. Дерандомизация. Вероятностный алгоритм для MAX SAT с нечестной монетой. Вероятностное округление. Вероятностное решение задачи о размещении мощностей. Расписание задач с датой начала на одной машине.
8. Вероятностная выборка и вероятностное округление. Неравенства Чернова. Целочисленные многоресурсные потоки (integer multicommodity flows). Вероятностная выборка и раскраска плотных 3-раскрашиваемых графов.

**Раздел 2: Прямо-двойственный метод. Разрезы и метрики**

1. Полуопределенное программирование. Введение. Поиск больших разрезов. Приближения через квадратичные программы. Кластеризация на основе корреляций. Раскраска 3-раскрашиваемых графов.
2. Прямо-двойственный метод. Покрытие множествами. Вершинное множество обратной связи (feedback vertex set) на неориентированном графе. Обобщенное дерево Штайнера на двух и $k$-терминалах.
3. Прямо-двойственный метод. Усиление неравенств на примере задачи о минимальном рюкзаке. Задача о размещении мощностей. Лагранжирование и задача о $k$-медиане.
4. Разрезы и метрики. Задача о мультиразрезе и алгоритм на основе минимального разреза. Мультиразрез и округление задачи линейного программирования. $4 \log (k + 1)$ -- приближение для задачи о мультиразрезе.
5. Разрезы и метрики. Сбалансированные разрезы. Вероятностные приближения метрик через древесные метрики. Применение древесных метрик: проектирование сетей. Распределение метрик, древесные метрики и линейное назначение.

**Раздел 3: Сложность приближения**

1. Сложность приближения. Сведение от NP-трудных задач. Сведения сохраняющие приближения.
2. Сложность приближения. Сведение от вероятностно-проверяемых доказательств (PCP). Сведения от покрытия метками.
3. Сложность приближения. Сведение от гипотезы уникальных игр.

**Раздел 3. Обеспечение учебных занятий**

**3.1. Методическое обеспечение**

**3.1.1 Методические указания по освоению дисциплины**

Посещение лекций и практических занятий

**3.1.2 Методическое обеспечение самостоятельной работы**

Основная и дополнительная литература

**3.1.3 Методика проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации и критерии оценивания**

**Методика проведения экзамена**

Экзамен проводится в устной форме. Билет состоит из двух вопросов. Время подготовки ответа на вопросы билета составляет 60 минут.

Использование конспектов и учебников, а также электронных устройств хранения, обработки или передачи информации при подготовке и ответе на вопросы экзамена категорически запрещено. В случае обнаружения факта использования недозволенных материалов (устройств) составляется акт и студент удаляется с экзамена. После ответа на вопросы билета преподаватель задает несколько дополнительных вопросов, на основании оценки ответов на которые итоговая оценка по предмету может быть повышена или понижена.

Критерии выставления оценок

Оценка «отлично» ставится за полностью раскрытый теоретический материал и правильные ответы на дополнительные вопросы преподавателя. В болонской шкале оценка может быть скорректирована в ту или иную сторону с учетом малозначительных погрешностей изложения или, напротив, углубленного изложения материала.

Оценка «хорошо» ставится за изложенный теоретический материал билета (возможно с помощью наводящих подсказок преподавателя).

Оценка «удовлетворительно» ставится за знание основных вопросов по каждой теме.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если не выполняются условия для получения оценок «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно».

Соответствие оценки СПбГУ и оценки ECTS (Европейской системы переноса и накопления зачётных единиц):

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Итоговый процент выполнения, % | Оценка СПбГУ при  проведении зачёта | Оценка ECTS | Оценка СПбГУ при  проведении экзамена |
| 90-100 | зачтено | A | отлично |
| 80-89 | зачтено | B | хорошо |
| 70-79 | зачтено | C | хорошо |
| 60-69 | зачтено | D | удовлетворительно |
| 50-59 | зачтено | E | удовлетворительно |
| менее 50 | не зачтено | F | неудовлетворительно |

**3.1.4 Методические материалы для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации (контрольно-измерительные материалы, оценочные средства)**

Период обучения (модуль): **Семестр 5, 7**

**Список вопросов к экзамену**:

1. Задача о покрытии множествами. Линейное программирование для задачи о покрытии множествами. Детерминированное округление, округление двойственного решения.

2. Задача о покрытии множествами. Прямо-двойственный метод. Жадный алгоритм. Вероятностное округление.

3. Жадные алгоритма и локальный поиск. Задача о расписании срочных работ на одной машине.

4. Жадные алгоритма и локальный поиск. Расписание работ на параллельных идентичных машинах.

5. Жадные алгоритмы и локальный поиск. Задача о комивояжере.

6. Жадные алгоритма и локальный поиск. Максимизация потока в банковских счетах.

7. Жадные алгоритмы и локальный поиск. Поиск покрывающего дерева с минимальной максимальной степенью.

8. Жадные алгоритмы и локальный поиск. Раскраска ребер.

9. Округление и динамическое программирование. FPTAS для задачи о рюкзаке.

10. Округление и динамическое программирование. APTAS для задачи об упаковке контейнеров.

11. Округление и динамическое программирование. PTAS для задачи о расписании на параллельных идентичных машинах.

12. Детерминированное округление. Минимизация сумм времен выполнения работ на одной машине. Взвешенный вариант предыдущей задачи.

13. Детерминированное округление. Решение экспоненциальных программ через метод эллипсоидов. Дерево Штайнера с пенальти за упущенные терминалы.

14. Детерминированное округление. Задача о размещении мощностей (uncapacitated facility location problem).

15. Детерминированное округление. Задача об упаковке контейнеров.

16. Вероятностная выборка и вероятностное округление. MAX SAT и MAX CUT. Дерандомизация.

17. Вероятностная выборка и вероятностное округление. Вероятностный алгоритм для MAX SAT с нечестной монетой. Вероятностное округление для MAX SAT.

18. Вероятностная выборка и вероятностное округление. Вероятностное решение задачи о размещении мощностей.

19. Вероятностная выборка и вероятностное округление. Расписание задач с датой начала на одной машине.

20. Вероятностная выборка и вероятностное округление. Неравенства Чернова. Целочисленные многоресурсные потоки (integer multicommodity flows).

21. Вероятностная выборка и вероятностное округление. Вероятностная выборка и раскраска плотных 3-раскрашиваемых графов.

22. Полуопределенное программирование. Поиск больших разрезов.

23. Полуопределенное программирование. Приближения через квадратичные программы.

24. Полуопределенное программирование. Кластеризация на основе корреляций.

25. Полуопределенное программирование. Раскраска 3-раскрашиваемых графов.

26. Прямо-двойственный метод. Покрытие множествами. Вершинное множество обратной связи (feedback vertex set) на неориентированном графе.

27. Прямо-двойственный метод. Обобщенное дерево Штайнера на двух и $k$-терминалах.

28. Прямо-двойственный метод. Усиление неравенств на примере задачи о минимальном рюкзаке.

29. Прямо-двойственный метод. Задача о размещении мощностей.

30. Прямо-двойственный метод. Лагранжирование и задача о $k$-медиане.

31. Разрезы и метрики. Задача о мультиразрезе и алгоритм на основе минимального разреза.

32. Разрезы и метрики. Мультиразрез и округление задачи линейного программирования.

33. Разрезы и метрики. $4 \log (k + 1)$ -- приближение для задачи о мультиразрезе.

34. Разрезы и метрики. Сбалансированные разрезы. Вероятностные приближения метрик через древесные метрики.

35. Разрезы и метрики. Применение древесных метрик: проектирование сетей.

36. Разрезы и метрики. Распределение метрик, древесные метрики и линейное назначение.

37. Сложность приближения. Сведение от NP-трудных задач.

38. Сложность приближения. Сведения сохраняющие приближения. MAX-2SAT.

39. Сложность приближения. Сведения сохраняющие приближения. Максимальное независимое множество.

40. Сложность приближения. Сведения сохраняющие приближения. Задача о размещении мощностей.

41. Сложность приближения. Сведение от вероятностно-проверяемых доказательств (PCP).

42. Сложность приближения. Сведения от покрытия метками.

43. Сложность приближения. Сведение от гипотезы уникальных игр.

**3.1.5 Методические материалы для оценки обучающимися содержания и качества учебного процесса**

**3.2. Кадровое обеспечение**

**3.2.1 Образование и (или) квалификация штатных преподавателей и иных лиц, допущенных к проведению учебных занятий**

К чтению лекций должны привлекаться преподаватели, имеющие ученую степень доктора или кандидата наук (в том числе степень PhD, прошедшую установленную процедуру признания и установления эквивалентности) и/или ученое звание профессора или доцента.

**3.2.2 Обеспечение учебно-вспомогательным и (или) иным персоналом**

не требуется

**3.3. Материально-техническое обеспечение**

**3.3.1 Характеристики аудиторий (помещений, мест) для проведения занятий**

Стандартно оборудованные лекционные аудитории, должны вмещать поток в соответствии со списком студентов

**3.3.2 Характеристики аудиторного оборудования, в том числе неспециализированного компьютерного оборудования и программного обеспечения общего пользования**

доска для письма мелом или фломастером

**3.3.3 Характеристики специализированного оборудования**

не требуется

**3.3.4 Характеристики специализированного программного обеспечения**

не требуется

**3.3.5 Перечень и объёмы требуемых расходных материалов**

Мел — не менее 1 куска на час лекционных занятий, фломастеры для доски, губка

**3.4. Информационное обеспечение**

**3.4.1 Список обязательной литературы**

1. David P. Williamson, David B. Shmoys. The Design of Approximation Algorithms. Cambridge University Press, 2011. Доступно для скачивания с сайта http://www.designofapproxalgs.com/

2. Томас Х. Кормен, Чарльз И. Лейзерсон, Рональд Л. Ривест. Алгоритмы: построение и анализ. Издательство МЦНМО. 2001.

3. Записи курса А. С. Куликова “Алгоритмы для NP-трудных задач” в Computer Science Клубе, 2013. http://compsciclub.ru/courses/np-algorithms/2013-autumn/

4. Записи курса Chandra Chekuri “CS 583: Approximation Algorithms” University of Illinois. https://courses.engr.illinois.edu/cs583/sp2016/

**3.4.2 Список дополнительной литературы**

**3.4.3 Перечень иных информационных источников**

1. Дасгупта С., Пападимитриу Х., Вазирани У. Алгоритмы. Издательство МЦНМО. 2014.

2. Vijay V. Vazirani. Approximation Algorithms. Springer, 2001.

3. Dorit S. Hochbaum. Approximation Algorithms for NP-hard Problems. PWS Publishing Company, 1995.

**Раздел 4. Разработчики программы**

Опарин Всеволод Владиславович, преподаватель СПбАУ РАН, oparin.vsevolod@gmail.com